Číselné obory

Číselný obor	Definován	Značíme
Přirozená č.	1, 2, 3 ...	$\mathbb{N}$
Celá č.	$\mathbb{N}+0,-1,-2...$	$\mathbb{Z}$
Racionální č.	$\mathbb{Z}$ + zlomky	$\mathbb{Q}$
Iracionální č.	$\mathbb{Q}+\pi+\sqrt{2}+\sqrt{3}...$	I
Reálná č.	Celá číselná osa	$\mathbb{R}$
Komplexní č.	Gaussova rovina	$\mathbb{C}$

Komplexní čísla

i - imaginární jednotka

$\sqrt{-1}=i$ => $i^2=-1$

$z=x+yi$	Opačné	$-z=-x-yi$
$z=x+yi$	Převrácené	$\frac{1}{z}=\frac{1}{x+yi}$
$z=x+yi$	Komplexně sdružené	$\bar{z} = x-yi$
=> $z\cdot z=x^2+y^2 \epsilon \mathbb{R}$ (z * komplexně sdružené)		

Absolutní hodnota = vzdálenost od počátku

$|z|=\sqrt{x^2+y^2}$

Goniometrický tvar

$z=\sqrt{x^2+y^2}\cdot(\cos\phi+i\sin\phi)$

Odmocnina v $\mathbb{C}$

Základní vztah: $(\sqrt{a})_c=z\,;z^2=a$

Příklad: $(\sqrt{1-i})_c=z=|z|\cdot(\cos\phi+i\sin\phi)$, čili $a=(1-i)$

Vyjádříme vztah v goniometrickém tvaru a mocninu pomocí Moivreovy věty:

a = goniometricky vyjádřené a = goniom. vyj. z^2– moivreova v.

$$z^2=1-i=\sqrt{1^2+1^2}\cdot\left(\cos\frac{7\pi}{4}+i\sin\frac{7\pi}{4}\right)=|z^2|\cdot(\cos 2\phi+i\sin 2\phi)$$

$|z|=2^{\frac{1}{4}}$ ($\sqrt{\sqrt{2}}$ => při abs. Hodnotně vznikne první, durhá při odmocňování)

$$2\phi=7\frac{\pi}{4}+2k\pi \quad => \quad \phi=\frac{7\pi}{8}+k\pi$$

$$\phi_1=\frac{7}{8}\pi \qquad z_1=2^{\frac{1}{4}}\cdot\left(\cos\frac{7\pi}{8}+i\sin\frac{7\pi}{8}\right)$$

=>

$$\phi_2=\frac{15}{8}\pi \qquad z_2=2^{\frac{1}{4}}\cdot\left(\cos\frac{15\pi}{8}+i\sin\frac{15\pi}{8}\right)$$

Kvadratická rovnice v $\mathbb{C}$

◙ Zadání: $ix^2+(3-2\mathrm{i})x-6=0$

a = i b = 3-2i c = -6

$$D=(3-2\mathrm{i})^2-4\cdot i\cdot(-6)=5-12\mathrm{i}+24\mathrm{i}=5+12\mathrm{i}$$

I. $$\sqrt{D}=\sqrt{\sqrt{5^2+12^2}\cdot(\cos 67°22'+i\sin 67°22')}=\pm\sqrt{13}\cdot\left(\cos\frac{67°22'}{2}+i\sin\frac{67°22'}{2}\right)=$$

$$=\pm(3{,}0175+1{,}99i)=\pm(3+2\mathrm{i})$$

II. $$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2\mathrm{a}}=\frac{-3+2\mathrm{i}\pm(3+2\mathrm{i})}{2\mathrm{i}}=\begin{array}{l} x_1=2 \\ x_2=\dfrac{-6}{2\mathrm{i}}=\dfrac{-3}{i}\end{array}$$

◙ Zadání: $ix^2-3\mathrm{x}+4\mathrm{i}=0$

a = i b = -3 c = 4i

$$x_{1,2}=\frac{3\pm\sqrt{9-16\mathrm{i}^2}}{2\mathrm{i}}=\frac{3\pm5}{2\mathrm{i}}=\begin{array}{l} x_1=\dfrac{4}{i}=-4\mathrm{i} \\ x_2=\dfrac{-2}{2\mathrm{i}}=i\end{array}$$

Binomická rovnice

$x^n=a$, vyjde n řešení:

$$a=|a|\cdot(\cos\phi+i\sin\phi)$$

$$x=\sqrt[n]{a}\cdot\left(\cos\frac{\phi+k\pi}{n}+i\sin\frac{\phi+k\pi}{n}\right)$$ k = 0, 1, …, (n-1)